

文章编号:1000-8055(2012)08-1734-04

自适应扩展增量 Kalman 滤波方法

傅惠民, 吴云章, 娄泰山

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 基于扩展增量 Kalman 滤波方法(EIKF)和自适应增量 Kalman 滤波(AIKF),建立自适应扩展增量 Kalman(AEIKF)模型及其分析方法,给出递推算法.在许多实际情况(如深空探测),由于环境因素的影响、测量设备的不稳定性等原因,量测方程往往存在未知的系统误差,并且模型参数也具有不确定性,结果导致较大的 Kalman 滤波误差,影响滤波的收敛性.提出的 AEIKF 方法能够成功消除这种未知的系统误差,并能够实时估计变化的噪声统计量,提高 Kalman 滤波精度.该方法计算简单,便于工程应用.

关 键 词: 自适应扩展增量 Kalman 滤波; 扩展 Kalman 滤波; 自适应扩展 Kalman 滤波; 系统误差; 滤波精度; 深空探测

中图分类号: V448; O231

文献标识码: A

Adaptive extended incremental Kalman filter method

FU Hui-min, WU Yun-zhang, LOU Tai-shan

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Based on extended incremental Kalman filter (EIKF) and adaptive incremental Kalman filter (AIKF), the adaptive extended incremental Kalman filter (AEIKF) and analysis method were put forward, the key calculative steps were established. The measurement equations have many uncertainties and can't obtain precision parameters in actual environment (such as deep space exploration). Due to environmental factors and the instability of measurement equipments, the measurement data have unknown time-varying system errors in actual engineering, which leads to greater Kalman filtering error. Ultimately, the convergence of Kalman filter were reduced. The presented adaptive extended incremental Kalman filter method can successfully eliminate these unknown system errors. The method can estimate statistical characteristics of noise in real time and greatly improve the accuracy of filter. The method is simple to calculate and easy to apply in engineering.

Key words: adaptive extended incremental Kalman filter (AEIKF); extended Kalman filter (EKF); adaptive extended Kalman filter (AEKF); system error; filtering accuracy; deep space exploration

随着控制、通信和导航(特别是深空探测)等领域的进一步发展,对非线性滤波技术提出了更

高的要求,基于泰勒级数展开的扩展 Kalman 滤波(extended Kalman filter, 简称 EKF)^[1-2]是目

收稿日期:2012-02-29

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120830.1200.201208.1734_008.html

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2012CB720000)

作者简介:傅惠民(1956—),男,浙江遂昌人,“长江学者”特聘教授,博士,从事小样本信息技术、软校准技术、数据融合方法、可靠性及滤波理论研究。

前应用最广泛、最成熟的非线性滤波方法之一。此外,学者们进行了大量的非线性滤波^[3-8]方法研究。

然而,这些滤波方法要获得较好估计性能的前提是系统模型准确且噪声统计量为已知的不相关白噪声。建立准确的系统模型需要做大量的试验,尤其是准确获得系统噪声和量测噪声的统计量较为困难。特别是在深空探测等实际工作环境中,模型参数的不确定性,量测方程中存在的系统误差,大大地降低了滤波精度,甚至导致发散,影响任务的完成。为此,文献[9]提出了线性系统的增量 Kalman 滤波方法。针对非线性问题,文献[10]基于泰勒级数展开建立了扩展增量 Kalman 滤波方法,文献[11]基于确定性采样给出了无迹增量滤波方法。这些方法均能很好的消除量测方程中系统误差的影响。

为了解决噪声统计量不确定性带来的误差,工程上通常采用自适应滤波技术,其思想是在进行滤波的同时,利用观测数据的新息,不断地在线实时估计噪声统计量,降低不确定因素的影响^[12-14]。因此,本文在扩展增量 Kalman 滤波(EIKF)和自适应增量 Kalman 滤波(AIKF)^[15]的基础上,进一步提出自适应扩展增量 Kalman 滤波方法。该方法既能够成功消除量测方程中的系统误差,又能够实时估计噪声统计量,实时修正滤波增益矩阵,从而提高滤波精度。

1 基本方程

工程实践中具有加性噪声的非线性离散增量系统,可以表示为如下形式^[10-11]:

$$X_k = f_{k-1}(X_{k-1}) + W_{k-1} \quad (1)$$

$$\Delta Z_k = h_k(X_k, X_{k-1}) + V_k \quad (2)$$

工程实际中,式(2)还可以写成如下的形式:

$$\Delta Z_k = h_k(X_k) - h_{k-1}(X_{k-1}) + V_k \quad (3)$$

式中 X_k 为 n 维状态向量; $f_k(\cdot)$ 为 n 维非线性向量离散函数; W_k 为 n 维系统噪声向量; ΔZ_k 为 m 维量测向量增量, $\Delta Z_k = Z_k - Z_{k-1}$, Z_k 为 m 维量测向量; $h_k(\cdot)$ 为 m 维非线性向量离散函数; V_k 为 m 维量测噪声向量。系统噪声向量 W_k 和量测噪声向量 V_k 满足下式:

$$\begin{cases} E[W_k] = q_k \\ \text{Cov}[W_k, W_j] = E[W_k W_j^T] = Q_k \delta_{kj} \\ E[V_k] = r_k \\ \text{Cov}[V_k, V_j] = E[V_k V_j^T] = R_k \delta_{kj} \\ \text{Cov}[W_k, V_j] = E[W_k V_j^T] = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中 Cov 为协方差符号, E 为数学期望符号, δ_{kj} 为 δ 函数, 当 $k=j$ 时, $\delta_{kj}=1$; 当 $k \neq j$ 时, $\delta_{kj}=0$ 。

2 自适应扩展增量 Kalman 滤波方法

如果 t_{k-1} 时刻状态估计值 $\hat{X}_{k-1}$ 已知, 把非线性离散函数 $f_k(\cdot)$ 围绕 $\hat{X}_{k-1}$ 泰勒展开, 并略去二阶以上项, 得线性化状态方程^[10]

$$X_k = \Phi_{k/k-1} X_{k-1} + U_{k-1} + W_{k-1} \quad (5)$$

式中

$$\Phi_{k/k-1} = \frac{\partial f_{k-1}(X_{k-1})}{\partial X_{k-1}} \Big|_{x_{k-1}=\hat{x}_{k-1}} \quad (6)$$

$$U_{k-1} = f_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) - \frac{\partial f_{k-1}(X_{k-1})}{\partial X_{k-1}} \Big|_{x_{k-1}=\hat{x}_{k-1}} \times \hat{X}_{k-1} \quad (7)$$

同理, 将 $h_k(X_k) - h_{k-1}(X_{k-1})$ 围绕 $\hat{X}_{k/k-1}$ (下标 $k/k-1$ 表示第 $k-1$ 步到第 k 步) 和 $\hat{X}_{k-1}$ 泰勒展开, 并略去二阶以上项, 得线性化的量测方程

$$\Delta Z_k = H_k X_k - H_{k-1} X_{k-1} + Y_k + V_k \quad (8)$$

式中

$$H_k = \frac{\partial h_k(X_k)}{\partial X_k} \Big|_{x_k=\hat{x}_{k/k-1}} \quad (9)$$

$$H_{k-1} = \frac{\partial h_{k-1}(X_{k-1})}{\partial X_{k-1}} \Big|_{x_{k-1}=\hat{x}_{k-1}} \quad (10)$$

$$Y_k = h_k(\hat{X}_{k/k-1}) - h_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) - (H_k \hat{X}_{k/k-1} - H_{k-1} \hat{X}_{k-1}) \quad (11)$$

式中 U_{k-1} 和 Y_k 可看作确定性输入矩阵。

在深空探测等实际环境中, 探测器不可避免地受到各种扰动, 这些扰动最终体现在系统状态方程的系统噪声 W_k 中, 一般情况下, 系统噪声统计量是未知的。同理, 量测方程的量测噪声统计量也是未知的。方程线性化也带来了未知的误差, 为了补偿这种线性化误差的影响和消除观测误差以及探测器的随机扰动, 我们常常利用极大后验(maximum a posterior, 简称 MAP) 噪声估计器来估计系统状态噪声 W_k 的均值 q_k 、方差 Q_k 和量测噪声 V_k 的均值 r_k 和方差 R_k 。

t_k 时刻的状态向量 X_k 的估计 $\hat{X}_k$ 可按下面步骤递推得到。

状态一步预测

$$\hat{X}_{k/k-1} = f_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) + q_{k-1} \quad (12)$$

一步预测误差的方差阵

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + Q_{k-1} \quad (13)$$

状态估计

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{X}}_k &= \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \\ &= \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\Delta \mathbf{Z}_k - \Delta \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1})\end{aligned}\quad (14)$$

估计误差的方差阵

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \boldsymbol{\Omega}_k \mathbf{K}_k^T \quad (15)$$

滤波增益矩阵

$$\mathbf{K}_k = (\mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T - \boldsymbol{\Phi}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{H}_{k-1}^T) \boldsymbol{\Omega}_k^{-1} \quad (16)$$

式中

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Omega}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k - \mathbf{H}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^T \mathbf{H}_k^T - \\ &\quad \mathbf{H}_k \boldsymbol{\Phi}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{H}_{k-1}^T + \mathbf{H}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{H}_{k-1}^T\end{aligned}\quad (17)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \Delta \mathbf{Z}_k - \Delta \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \quad (18)$$

当 $\Delta \mathbf{Z}$ 由式(3)给出时,有

$$\Delta \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1} = \mathbf{h}_k (\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) - \mathbf{h}_{k-1} (\hat{\mathbf{X}}_{k-1}) + \mathbf{r}_k \quad (19)$$

利用时变噪声统计估计器对量测噪声的均值 $\mathbf{r}_k$ 、协方差 $\mathbf{R}_k$ 和状态噪声的均值 $\mathbf{q}_k$ 、协方差 $\mathbf{Q}_k$ 进行估计,得到

$$\hat{\mathbf{q}}_k = (1 - d_{k-1}) \hat{\mathbf{q}}_{k-1} + d_{k-1} [\hat{\mathbf{X}}_{k/k} - \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1/k-1})] \quad (20)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{Q}}_k &= (1 - d_{k-1}) \hat{\mathbf{Q}}_{k-1} + d_{k-1} [\mathbf{K}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T \mathbf{K}_k^T + \\ &\quad \mathbf{P}_k - \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k-1}^T]\end{aligned}\quad (21)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{r}}_k &= (1 - d_{k-1}) \hat{\mathbf{r}}_{k-1} + d_{k-1} \{ \Delta \mathbf{Z}_k - \\ &\quad [\mathbf{h}_k (\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) - \mathbf{h}_{k-1} (\hat{\mathbf{X}}_{k-1/k-1})] \}\end{aligned}\quad (22)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{R}}_k &= (1 - d_{k-1}) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + d_{k-1} [\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T - (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T - \\ &\quad \mathbf{H}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^T \mathbf{H}_k^T - \mathbf{H}_k \boldsymbol{\Phi}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{H}_{k-1}^T + \\ &\quad \mathbf{H}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{H}_{k-1}^T)]\end{aligned}\quad (23)$$

式中 $d_{k-1} = (1 - b)/(1 - b^k)$, $0 < b < 1$ 为遗忘因子. 且滤波初值和滤波误差方差矩阵的初值分别为

$$\hat{\mathbf{X}}_0 = E[\mathbf{X}_0] \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)^T] \quad (25)$$

3 计算机仿真验证

大量模拟仿真验证表明:当受环境等因素的影响,测量数据含有未知的系统误差时,自适应扩展 Kalman 滤波无法消除这种未知的系统误差,而本文的自适应扩展增量 Kalman 滤波能成功消除该系统误差,提高滤波精度.下面仅以一具体算例说明自适应扩展增量 Kalman 滤波的滤波效果.

考虑一维非线性离散系统.

$$x_k = 0.9x_{k-1} + w_{k-1} \quad (26)$$

$$z_k = x_k^2 + a_k + v_k \quad (27)$$

由于状态方程为线性方程,故只需要线性化量测方程,并写成增量形式

$$\Delta z_k = h_k x_k - h_{k-1} x_{k-1} + v_k \quad (28)$$

式中

$$h_k = 2\hat{x}_{k/k-1}, h_{k-1} = 2\hat{x}_{k-1} \quad (29)$$

式中 w_k 和 v_k 是独立的高斯白噪声序列,且系统噪声 w_k 的均值 $q=0$ 和方差 $Q=0.001$. 量测系统误差 $a_k=5$. 量测噪声 v_k 的均值 $r=0$, 方差 $R(R^*=0.1)$ 由下式给出

$$R_k = \begin{cases} R^* & k \in [1, 200) \\ 9 \times R^* & k \in [200, 400) \\ R^* & k \in [400, 600) \\ 16 \times R^* & k \in [600, 800) \\ R^* & k \in [800, 1000] \end{cases}$$

分别采用 AEKF 滤波、AEIKF 滤波两种方法

(遗忘因子取 $b=0.95$) 进行滤波(取初值 $\hat{x}_0 = x_0 = 20, P_0 = 0.1$), 图 1 给出了自适应扩展 Kalman 滤波和自适应扩展增量 Kalman 滤波的状态估计. 从图 1 可以看到:自适应扩展增量 Kalman 滤波得到的状态估计比自适应扩展 Kalman 滤波的要好,能够消除系统误差对滤波的影响. 图 2 给出两种滤波结果与真值的误差比较,可以进一步看到,自适应扩展增量 Kalman 滤波与真值的误差比自适应扩展 Kalman 滤波的误差波动更小,收敛速度更快. 这表明 AEIKF 能有效地消除未知的系统误差的影响,提高滤波的精度,很好地跟踪状态 x_k 的变化.

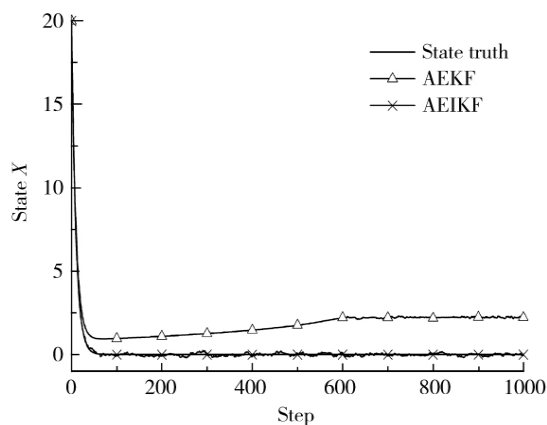


图 1 AEKF 和 AEIKF 的状态估计结果比较

Fig. 1 State estimation of AEKF and AEIKF

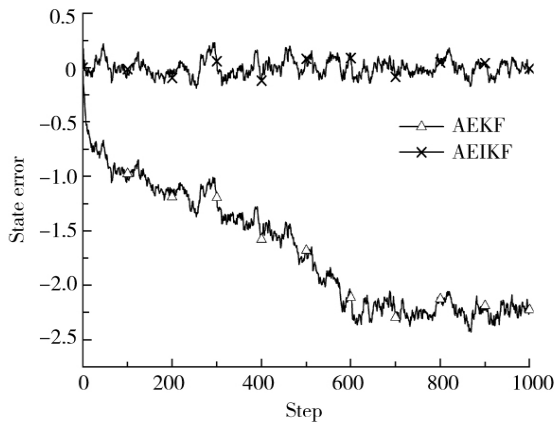


图2 AEKF 和 AEIKF 的状态误差比较

Fig.2 State error of AEKF and AEIKF

4 结 论

针对工程中常见的非线性滤波问题,本文提出了自适应扩展增量 Kalman 滤波方法,它能够消除由于环境因素和测量设备不稳定性等原因带来的测量数据中的系统误差。同时,还能够对系统状态噪声统计量和量测噪声统计量进行实时估计和修正,达到降低模型误差、提高滤波精度的目的。

参考文献:

- [1] 邓自立. 最优估计理论及其应用:建模、滤波、信息融合估计[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2005:98-186.
- [2] 付梦印,邓志红,闫莉萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 2版. 北京:科学出版社,2010:160-164.
- [3] 夏克强,周凤岐,周军,等. 无陀螺卫星的非线性姿态估计算法及仿真研究[J]. 西北工业大学学报,2009,27(3):406-410.
XIA Keqiang, ZHOU Fengqi, ZHOU Jun, et al. Nonlinear attitude estimation algorithm for gyroless satellite and its simulation[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2009, 27(3):406-410. (in Chinese)
- [4] Wan E A, Vander Merwe R. The unscented Kalman filter, in Kalman filtering and neural networks [DB/OL]. <http://www.cse.ogi.edu/PacSoft/projects/sec/wan01b.ps>, 2004-03-10.
- [5] Julier S J, Uhlmau J K. Unscented filter and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3):401-402.

- [6] Arulampalam S, Maskell S, Cordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2002, 50(2):174-188.
- [7] Shao H S, Lee W R, You K H. Robust adaptive Kalman filtering for nonlinearity compensation in laser interferometer[C]// Proceedings of International Conference on Industrial Mechatronics and Automation (ICIMA-2010). Wuhan, China:IEEE, 2010:206-209.
- [8] Hajiyeve C. Fault tolerant integrated radar/inertial altimeter based on nonlinear robust adaptive Kalman filter[J]. Aerospace Science and Technology, 2012, 17(1):40-49.
- [9] 傅惠民, 吴云章, 姜泰山. 欠观测条件下的增量 Kalman 滤波方法[J]. 机械强度, 2012, 34(1):043-047.
FU Huimin, WU Yunzhang, LOU Taishan. Incremental Kalman filter method under poor observation condition [J]. Journal of Mechanical Strength, 2012, 34(1):043-047. (in Chinese)
- [10] 傅惠民, 姜泰山, 吴云章. 扩展增量 Kalman 滤波方法[J]. 航空动力学报, 2012, 27(4):777-781.
FU Huimin, LOU Taishan, WU Yunzhang. Extended incremental Kalman filter method[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(4):777-781. (in Chinese)
- [11] 傅惠民, 姜泰山, 吴云章. 无迹增量滤波方法[J]. 航空动力学报, 2012, 27(7):1625-1629.
FU Huimin, LOU Taishan, WU Yunzhang. Unscented incremental filter method[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(7):1625-1629. (in Chinese).
- [12] 崔平远, 侯友轩, 裴福俊. 基于自适应卡尔曼滤波的导航信息融合方法[J]. 控制工程, 2011, 18(4):531-534.
CUI Pingyuan, HOU Youxuan, PEI Fujun. Information fusion of navigation system based on adaptive Kalman filter [J]. Control Engineering of China, 2011, 18(4):531-534. (in Chinese)
- [13] GAO Shesheng, ZHONG Yongmin, LI Wei. Robust adaptive filtering method for SINS/SAR integrated navigation system[J]. Aerospace Science and Technology, 2011, 15(6):425-430
- [14] Shi Y, Fang H, Yan M. Kalman filter: based adaptive control for networked systems with unknown parameters and randomly missing outputs[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2009; 19(18):1976-1992.
- [15] 傅惠民, 吴云章, 姜泰山. 自适应增量 Kalman 滤波方法[J]. 航空动力学报, 2012, 27(6):1225-1229.
FU Huimin, WU Yunzhang, LOU Taishan. Adaptive incremental Kalman filter method[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(6):1225-1229. (in Chinese)